DES EDP DE R. GOSSE AUX EDO

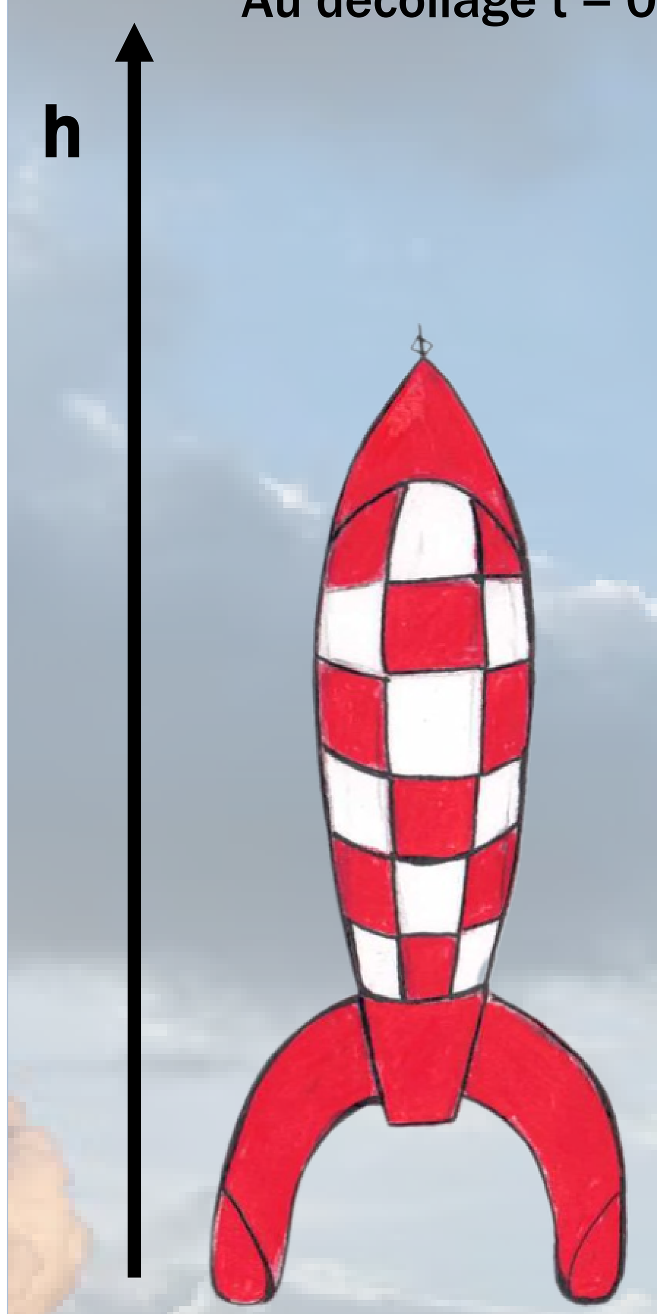
EDP : Equations aux dérivées partielles

EDO : Equations différentielles ordinaires

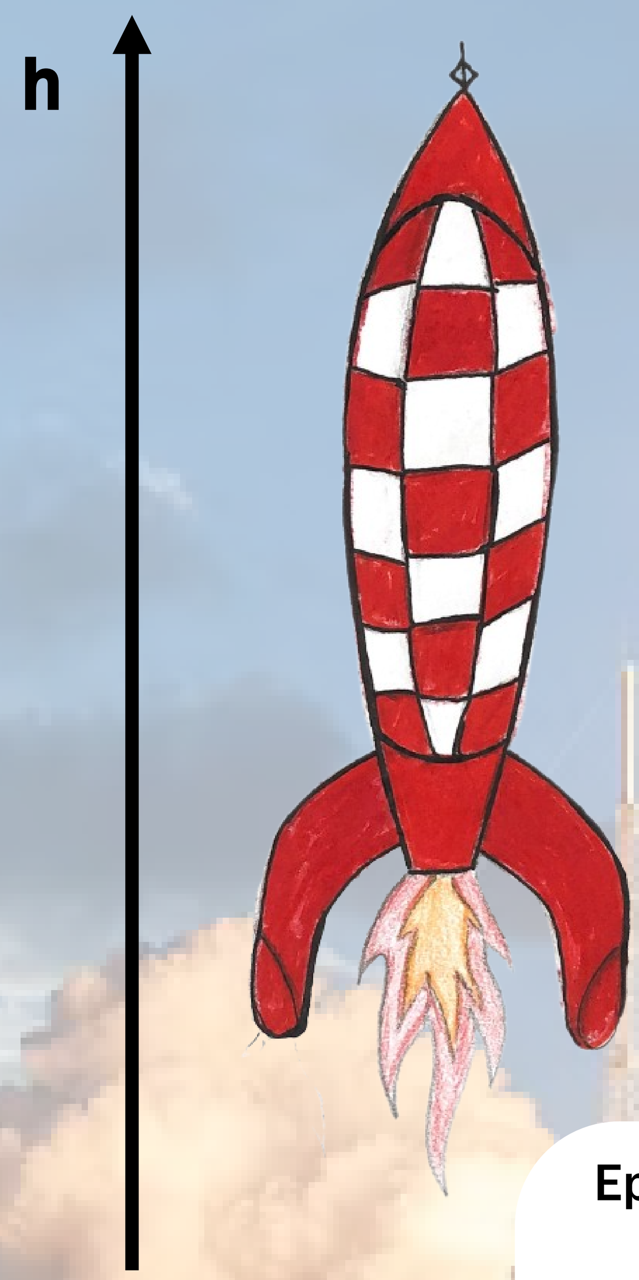
PARAMETRAGE D'UNE FUSEE

Le micro-état du Costa-Verde souhaite se lancer dans la course spatiale et commande une étude préalable.
On étudie le décollage d'une fusée lancée à la verticale.

Au décollage t = 0 s



Pendant la poussée



Expressions de l'accélération a, la vitesse v et la hauteur h à l'instant t

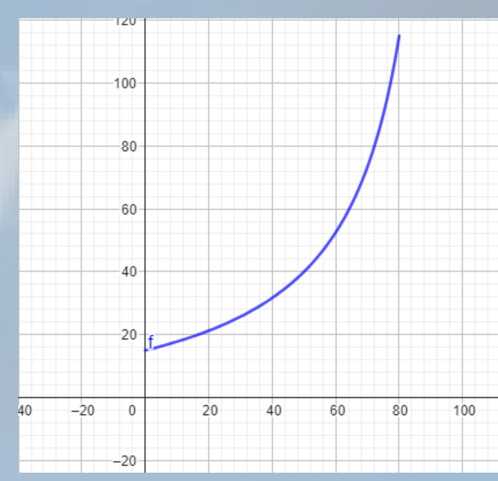
$$a(t)=\frac{q}{Mi-qt}\times u-g$$

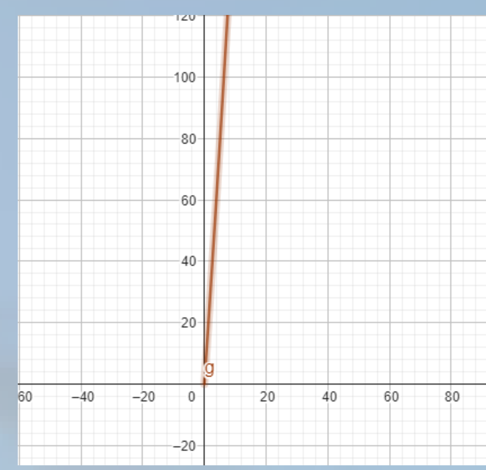
$$v(t)=-u\ln\left(1-\frac{qt}{Mi}\right)-g*t$$

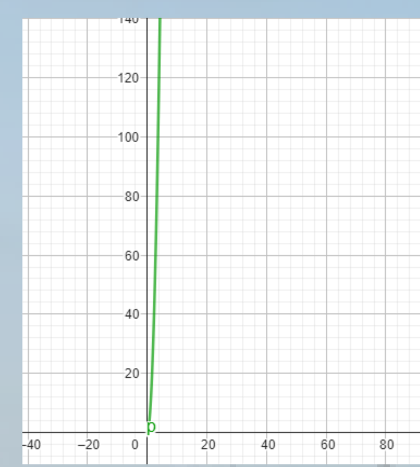
$$h(t)=u\frac{Mi}{q}\left(1-\frac{qt}{Mi}\right)\left(\ln\left(1-\frac{qt}{Mi}\right)-1\right)-\frac{1}{2}gt^2+u\frac{Mi}{q}$$

La constante u est la vitesse d'éjection des gaz de propergols

Représentations graphiques des fonctions a(t), v(t) et h(t)







Conditions initiales

$a_0=\frac{q}{M_i}\times u-g$ Accélération initiale trouvée à partir de la formule obtenue

$M_i=M_s+M_0$ Masse de la structure à vide + masse initiale du carburant

$h=0$ Hauteur de la fusée au décollage

Epuisement du carburant (propergols) à l'instant t=80s

$t_{(expiration)}=\frac{M_0}{q}$ La constante q est le débit de propergols

$$v(t=80)=11\,600\,km/h$$

$$a(t=80)=115\,m/s$$

$$h(t=80)=87{,}5\,km$$

Image de fond : Freepik

PERFUSION DANS L'ESPACE

Dans l'espace il y a une perte osseuse d'environ 2 % ce qui peut demander des perfusions pour en regagner.
On étudie un problème de perfusion d'un médicament x qui passe par un goutteur.

La perfusion induit à chaque instant une quantité Px de produit.
On estime que le produit est progressivement absorbé dans une proportion constante Cx avec un débit dx.

La quantité de produit est représentée par la fonction Px(t).

On a une équation de conservation telle que :

$$Px(t+\Delta t)=Px(t)+(dx-Cx\times Px(t))\Delta t+\varepsilon\,\Delta t$$

Une étape intermédiaire :

$$\frac{Px(t+\Delta t)-Px(t)}{\Delta t}=Px'(t)+\varepsilon\,\Delta t$$

Puis on obtient une EDO :

$$Px'(t)=dx+Cx\times Px(t)$$

On résout l'EDO :

$$Px(t)=\frac{dx}{Cx}\left(1-e^{-Cx\,t}\right)$$

Puis on remplace par les valeurs connues et trouvées :

$$Px(t)=\frac{180}{\ln(2)}\times\left(1-e^{-\frac{\ln(2)}{180}t}\right)$$

Et voici la représentation graphique de cette solution :