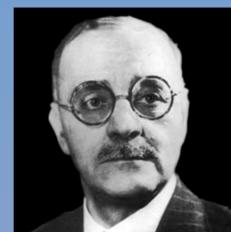


# René Gosse et les EDP



## L'univers des équations aux dérivées partielles entre mathématiques théoriques et science appliquée

Le 15 août 1971, les E.U. renoncent à la convertibilité du dollar en or et passent donc d'un système de taux de change fixe à un système de taux de change flottant.

Dans ce contexte les entreprises pratiquant l'import-export, faute de réussir à établir des prévisions, se tournent vers leur banque afin de s'assurer contre les mouvements de change, voulant se couvrir à la hausse (call) ou à la baisse (put). Mais comment déterminer le prix de ces assurances (pricing des options)? Il est possible d'utiliser des méthodes comme passer par une simulation de Monte-Carlo, cependant c'est une méthode qui, il y a 50 ans, restait fastidieuse. C'est bien là qu'intervient la fameuse équation de Robert C. Merton, Fischer Black et Myron Sholes :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 P}{\partial S^2} + (r-q)S \frac{\partial P}{\partial S} - rP + \frac{\partial P}{\partial t} = 0$$



Fischer Black, (1938-1995)

Ils ont montré que l'on pouvait résoudre de façon exacte cette équation différentielle et en tirer une formule qui donne le juste prix des options.



© Copyright 2003 Corbis

### Équation de Schrödinger :

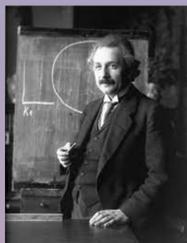
$$\hat{H}(t)\Psi(t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(t)$$

Cette équation décrit la probabilité de trouver une particule (électron ou photon) à un moment donné et à un endroit donné.

Cette équation a permis de comprendre en partie nombre de phénomènes quantiques tels que la superposition quantique et l'intrication quantique.

Le 25 novembre 1915 à l'Académie royale des sciences de Prusse, Einstein expose sa théorie de la relativité générale qui révolutionnera notre compréhension de l'univers en apportant des réponses aux lacunes du modèle de Newton. Le pilier central de la théorie d'Einstein est l'équation du champ gravitationnel dont les différentes solutions décrivent les nombreuses structures de l'espace-temps issues de la théorie.

Équation des champs gravitationnels :



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu}$$

Avec cette équation, la gravité n'est plus une force qui s'exerce entre deux corps, mais elle se manifeste à travers la courbure de l'espace-temps (vision géométrique).

L'équation d'Einstein possède plusieurs solutions qui consistent à chercher les différentes valeurs du tenseur métrique  $g_{\mu\nu}$ .

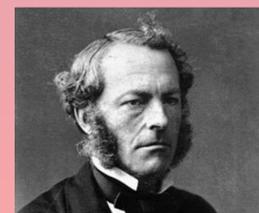
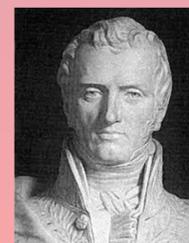
La démarche de René Gosse diffère quelque peu de celles des personnalités qui l'entourent sur cette affiche. En effet René Gosse adopte une démarche dite de l'esprit relevant des « maths pures » plus que des « maths appliquées ». René Gosse s'est spécialisé dans les EDP d'ordre 2 à deux variables dès sa thèse de 1921. Les EDP étudiées par René Gosse s'écrivent :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = F(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y})$$

On notera la publication d'une vingtaine d'articles ou publications traitant essentiellement du même sujet, ainsi que la résolution du problème des « surfaces de Weingarten ». Enfin on notera la rédaction d'un chapitre (section C, chap V) sur l'intégration des EDP dans l'encyclopédie française de 1937, qui témoignera de sa pédagogie et de la confiance que lui porte la communauté mathématique de son époque.

L'équation de Navier-Stokes est utilisée pour modéliser dans beaucoup de domaines : mécanique des fluides (optimisation des ailes d'un avion...), en météo (vents...), en médecine (rythme cardiaque et sang dans le cœur...). Cependant l'équation n'a jamais été complètement résolue et reste aujourd'hui l'un des plus grands problèmes mathématiques, classé dans les 7 problèmes du millénaire par Clay Mathematics Institute (CMI) qui assure offrir 1 million de dollars pour ceux qui arriveraient à bout d'un de ces sept problèmes.

$$\frac{\partial(p\vec{V})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (p\vec{V}\vec{V}) = \vec{\nabla} \cdot P + \vec{p}g = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \Sigma + \vec{p}g$$



D'autres incontournables : l'EDP de Laplace, les 4 équations de Maxwell, l'EDP de Fourier, ou encore l'EDP de d'Alembert